

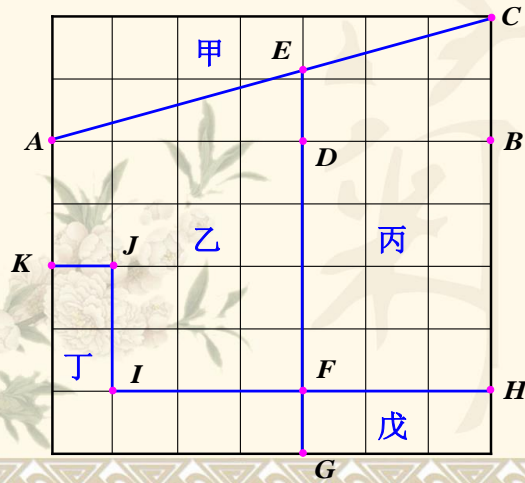
授课教师	林麦麦	授课名称	数学的智慧与乐趣	授课班级		授课地点																
授课时数	2学时	课程类型	大学科综合课	授课时间																		
章节名称	第二章 几何图形																					
参考资料	<table border="0" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 33%;">《乐在其中的数学》</td> <td style="width: 33%;">谈祥柏 著</td> <td style="width: 33%;">科学出版社</td> </tr> <tr> <td>《啊哈！原来如此（中译本）》</td> <td>（美）伽德纳 著；李建臣，刘正新 译</td> <td>科学出版社</td> </tr> <tr> <td>《生活中的魔法数学》</td> <td>（美）亚瑟·本杰明，迈克尔·谢尔默 著 李旭大 译</td> <td>中国传媒大学出版社</td> </tr> <tr> <td>《思考的乐趣：Matrix67 数学笔记》</td> <td>顾森 著</td> <td>人民邮电出版社</td> </tr> <tr> <td>《数学与对称》</td> <td>丘成桐，刘克峰，杨乐 著</td> <td>高等教育出版社</td> </tr> </table>							《乐在其中的数学》	谈祥柏 著	科学出版社	《啊哈！原来如此（中译本）》	（美）伽德纳 著；李建臣，刘正新 译	科学出版社	《生活中的魔法数学》	（美）亚瑟·本杰明，迈克尔·谢尔默 著 李旭大 译	中国传媒大学出版社	《思考的乐趣：Matrix67 数学笔记》	顾森 著	人民邮电出版社	《数学与对称》	丘成桐，刘克峰，杨乐 著	高等教育出版社
《乐在其中的数学》	谈祥柏 著	科学出版社																				
《啊哈！原来如此（中译本）》	（美）伽德纳 著；李建臣，刘正新 译	科学出版社																				
《生活中的魔法数学》	（美）亚瑟·本杰明，迈克尔·谢尔默 著 李旭大 译	中国传媒大学出版社																				
《思考的乐趣：Matrix67 数学笔记》	顾森 著	人民邮电出版社																				
《数学与对称》	丘成桐，刘克峰，杨乐 著	高等教育出版社																				
教学目标	<p>一、知识和技能目标：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 要求学生能够通过学习了解典型的几何趣味问题；</li> <li>2. 要求学生能够通过具体问题的深入探讨，初步了解并掌握趣味几何的计算、逻辑推理、运筹策略等方面的基础问题。</li> </ol>																					
	<p>二、过程和方法目标：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 注意借助具体问题，引入几何的基本思想方法、基础趣味问题，广泛开阔学生的眼界；</li> <li>2. 通过具体的深入探讨，有效激发学生对几何问题的浓厚兴趣。</li> </ol>																					
教学重点	古今中外几何学的典型趣味问题																					
教学难点	问题的起源背景、一般解决思路与技巧性处理方法																					

<p><b>学习内容分析</b></p>	<p>“第二章 几何图形”是《数学的智慧与乐趣》的基础内容，本章的主要内容将促使学生初步了解并深刻理解几何趣味问题的基本起源、一般解决思路和具体的趣味性解决方案。对于首次接触本门课程的学生而言，利用直观、具体且易于理解的几何趣题，展示几何学的技巧性解决过程至关重要。这将帮助学生有效地激发对几何的学习兴趣，良好地掌握几何问题解决的基本思想、定义内涵及其趣味解决过程。</p>
<p><b>学生分析</b></p>	<p>授课教师通过新课内容的引入介绍，帮助学生有效扭转以往认为几何“枯燥、无聊”，只有“证明、推理”，甚至是“死板、无趣”的基本印象。关于古今中外各类趣味几何问题的解决思路探讨、具体步骤实施、数学工具应用的详细介绍，将激发学生对几何问题探讨的积极性，并良好地把握数学问题的思想来源、定义内涵、解决途径及其有效应用。</p>
<p><b>教学设计思路</b></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 首先说明本章的主要内容，明确学习目标、学习重点和学习难点；</li> <li>2. 依据简单直观的具体几何趣味问题，明确该问题的起源背景、基本特征，提出解决问题的一般思想方法、具体解决方案和实际操作步骤；</li> <li>3. 参考不同类型问题的具体解决方法，探讨几何学科的重要思想方法的灵活应用策略；</li> <li>4. 依照具体问题的归纳总结，提出几何问题处理方法和思路的广泛灵活应用，并以严格的几何描述形式予以展示，通过注意事项的加强说明，使学生明确相应问题的表述形式、深刻含义、存在条件及其应用意义，从而使学生能够较为准确地把握典型的数学趣味问题。</li> </ol>
<p><b>学习方法</b></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 通过具体问题的详细讨论过程，了解解决各种不同类型的几何趣味问题的基本思想方法和具体操作步骤，注意引导学生对数学问题的基本概念进行深入分析和全面掌握；</li> <li>2. 对于具体问题的详细介绍，要求逐条展开，同时借助问题背景、性质特征、几何解释和理论说明加强学生对具体问题的有效掌握，并明确该问题的基本用途和使用价值。</li> </ol>

教学过程		
教学环节安排	教学内容	教学方式媒体使用
新课引入		<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 介绍本章的基本内容；</li> <li>2. 简要复习以往初等数学的基本学习内容及其思想方法；</li> <li>3. 进一步引申几何学思想方法及其分支的发展概况；</li> <li>4. 强调本章基础学习内容不同于以往的处理思路及其基本特色；</li> </ol>

新课教学

### § 2.1 神秘的失踪



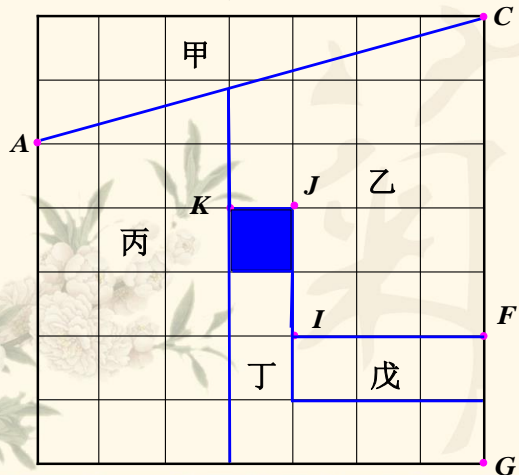
图形移位操作:

1. 甲保持不动;
2. 乙沿AC向上平移, 使乙的E点与甲的C点重合;
3. 丙沿AC向下平移, 使丙的E点与甲的A点重合;
4. 戊沿EG向上平移, 使戊的F点与第二步中乙的I点重合;
5. 丁沿底边向右平移, 使丁的I点与第四步中戊的G点重合;
6. 最终仍得到一个正方形, 我们看看它的特征吧!

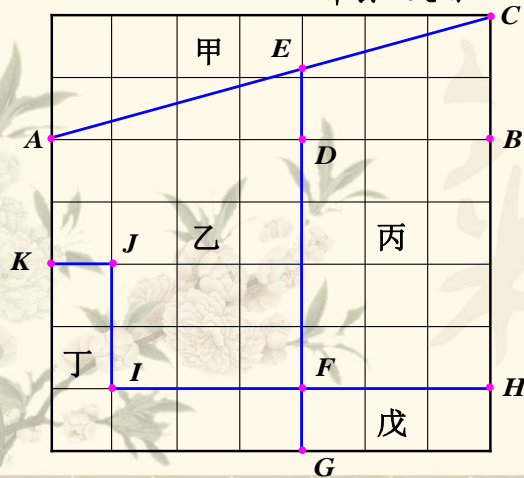
1. 以魔术表演中的“失踪”引入问题;
2. 要求学生利用尺规进行准确作图, 以此锻炼学生的基本作图技能;
3. 在图中标记不同部分;
4. 说明两个几何学常识: 整体等于局部之和; 图形在空间的位置平移不会改变其面积;

1. 向学生说明图形的平移操作过程及其步骤;
2. 要求学生共同动手参与, 活跃课堂气氛;
3. 令学生发现不可思议的结果;

图形移位操作后的结果 面积变小了!!



解密“失踪”



$$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$$

$$DE = \frac{2}{7}a \cdot \frac{4}{7} = \frac{8}{49}a$$

$$EF = ED + DF = \frac{36}{49}a$$

移位后的“正方形”:

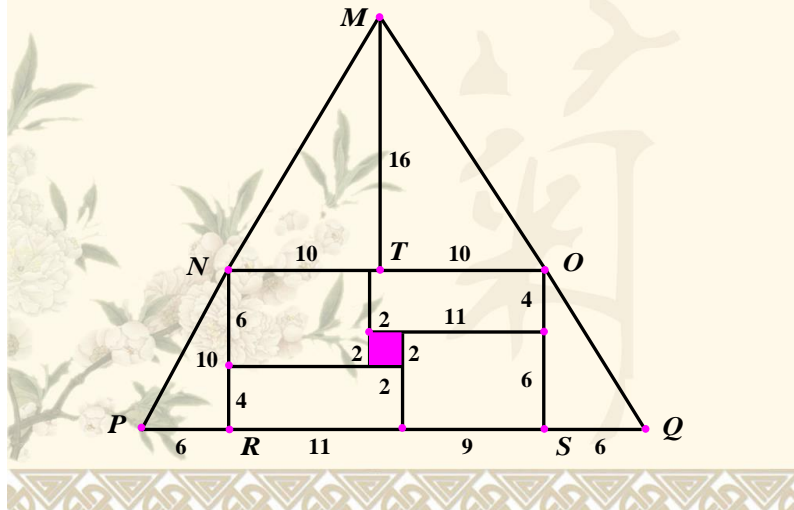
$$\text{边长: } \frac{50}{49}a$$

$$\text{面积: } \neq a^2$$

1. 展示图形变化前后的明显差异，及其展现的令人意想不到的惊人结果；
2. 提出问题，请学生积极思考，分析原因；

1. 对“失踪”原因进行解密；
2. 展现数学理论工具的强大，令学生意识到数学理论工具不可替代的强有力作用；

戏法人人会变，巧妙各有不同



不管有洞没洞，面积完全相等，岂非咄咄怪事!!!

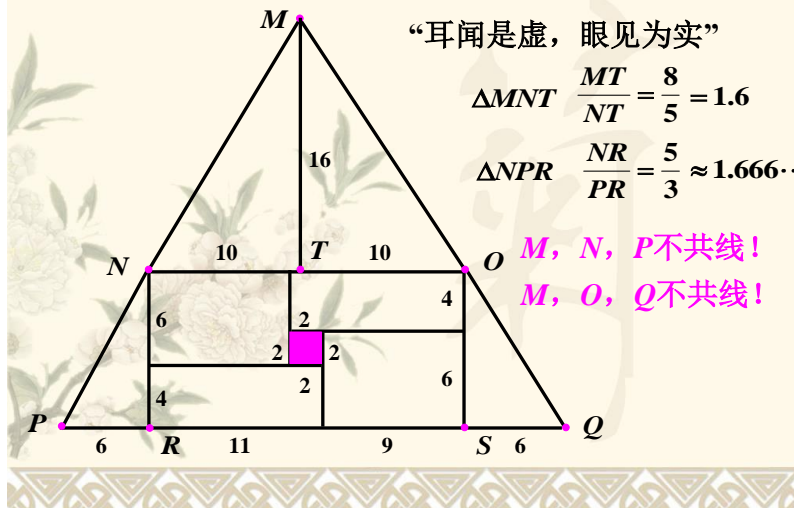
“耳闻是虚，眼见为实”

$$\Delta MNT \quad \frac{MT}{NT} = \frac{8}{5} = 1.6$$

$$\Delta NPR \quad \frac{NR}{PR} = \frac{5}{3} \approx 1.666\dots$$

$M, N, P$ 不共线!

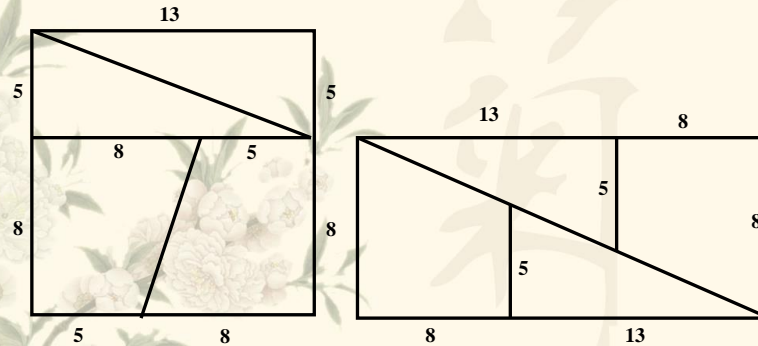
$M, O, Q$ 不共线!



1. 针对全新问题，请学生积极参与作图；
2. 对学生进行分组，计算图形面积；
3. 针对具体的计算结果，请学生分析其原因；

1. 利用学生熟悉的相似三角形的理论知识破译该问题的关键点；
2. 提出希望，希望学生能够以更为新颖的方式编排此类几何问题；

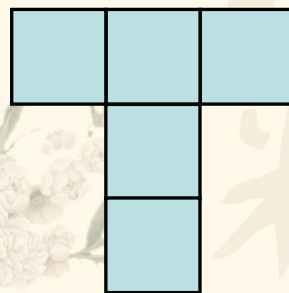
### 魔术地毯



(2013年秋季 课程修读学生 2012级社会工作专业 姜文燕 201232010116 课程论文节选)

### § 2.2 巧分图形

将一个图形分成几个形状相同、面积相等的图形

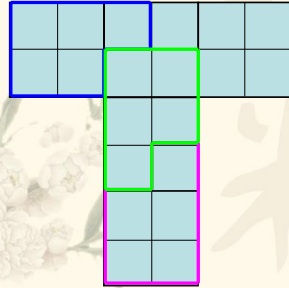


将以上图形分成大小形状相同的4个图形

1. 引入往届修读学生收集的实例，令学生再次对此类问题刮目相看；

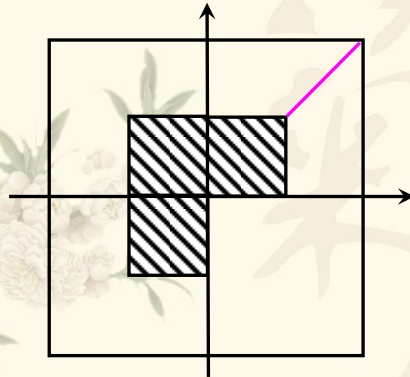
1. 提出问题背景，及其具体问题；
2. 请学生思考解决方案；
3. 与学生一起对各种方案进行分析讨论；
4. 指出理论分析工具对具体问题解决的重要指导意义；

将图形分成大小、形状完全相同的4个图形



均分图形

1. 将第一象限非阴影部分分成形状、大小完全相同的两部分；



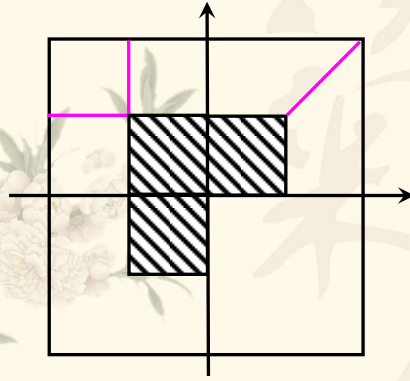
1. 提出答案，以供参考；

1. 给出往届修读学生收集的有趣问题；
2. 请学生思考解答；



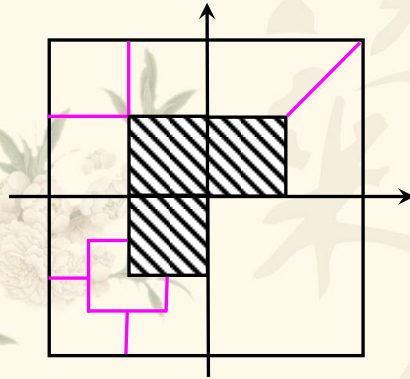
均分图形

2. 将第二象限非阴影部分分成形状、大小完全相同的三部分；



均分图形

3. 将第三象限非阴影部分分成形状、大小完全相同的四部分；



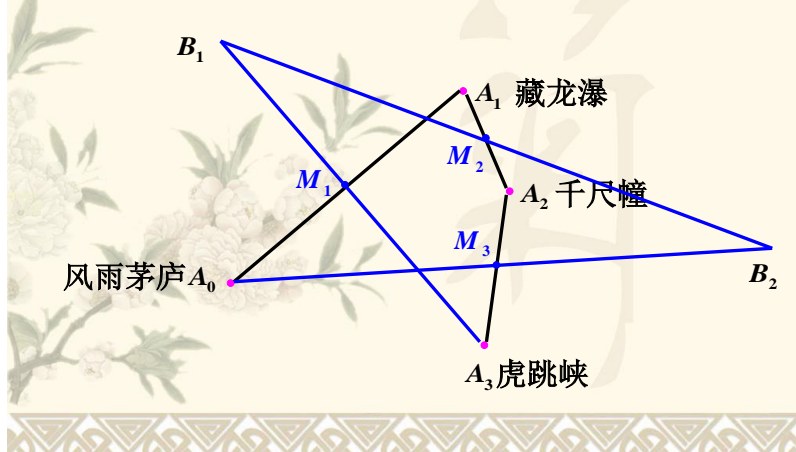
1. 请学生思考解答，并分析其理论背景；

1. 请学生思考解答，并分析其理论背景；



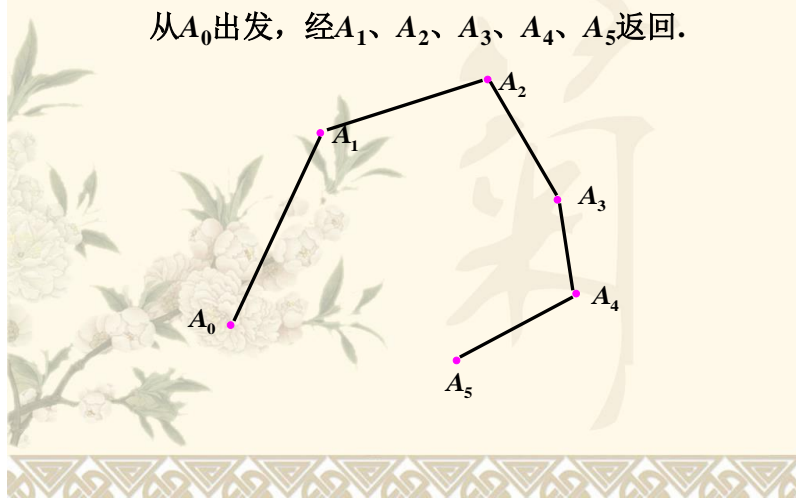
### 苦瓜和尚 采风写生计划

从风雨茅庐出发，经藏龙瀑、千尺幢、虎跳峡返回。



### 苦瓜和尚 采风写生虚拟计划

从 $A_0$ 出发，经 $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$ 、 $A_4$ 、 $A_5$ 返回。



1. 给出前半段游历路径，请学生思考解决方案；
2. 利用答案展现尺规作图的基本操作的独特作用；

1. 给出虚拟计划，请学生利用已知的解决思路，参与解决该问题；
2. 将该问题予以扩展，并请学生进一步深入考虑此类问题；

**一笔连点**

请一笔画出四条直线，将图中9个点连接起来  
(起点任意，直线可以交叉但不能重合)

(2012年秋季 课程修读学生 课程论文节选)

**一笔连点**

请一笔画出六条相连直线，将图中16个点连接起来  
(起点任意，直线可以交叉但不能重合)

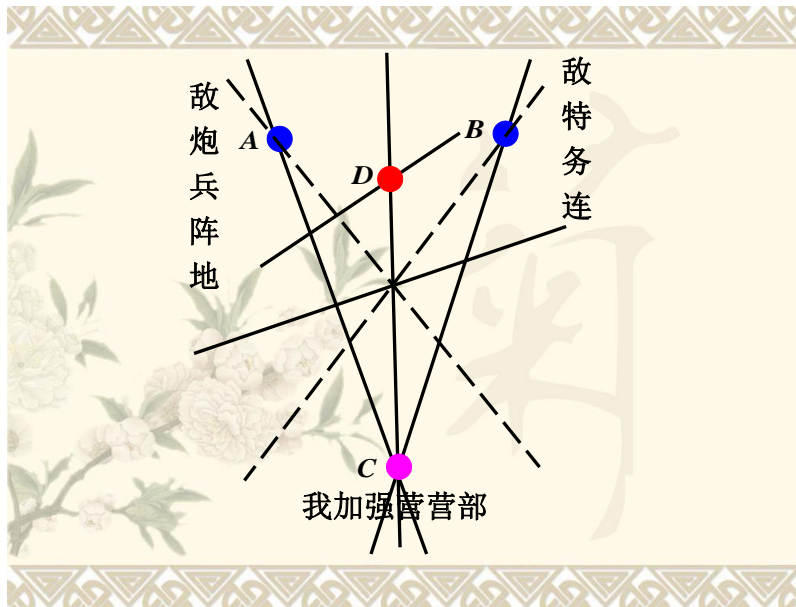
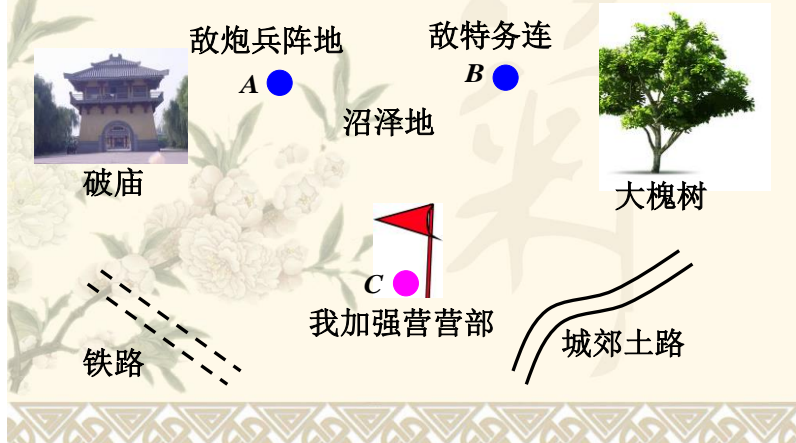
(2013年秋季 课程修读学生 2012级生物科学专业 秦文娟 201274010234 课程论文节选)

1. 给出往届修读学生收集的问题；
2. 请学生参与解决，分析各种方案；
3. 提出解决问题立足点的关键之处，并展示在解决问题过程中扩展眼界的重要性，促使学生对待问题时能够站在更高的角度、更高的层次、更广的范围之内看待问题；

1. 再以往届修读学生收集的问题为例，激发学生锻炼自己的思维水平；

## § 2.4 一箭双雕

解放战争时期 苏北地区



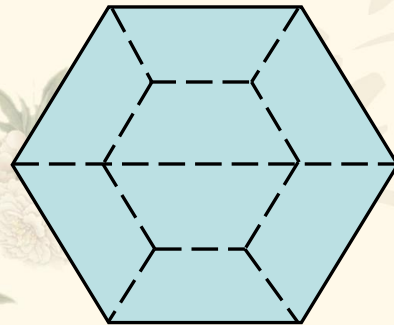
1. 介绍问题的背景；
2. 给出急需解决的问题，及其棘手之处；

1. 画出该问题的图示，并给出解决方案；
2. 令学生清晰地看到基础作图方法的有效应用；

## § 2.5 切蛋糕的学问



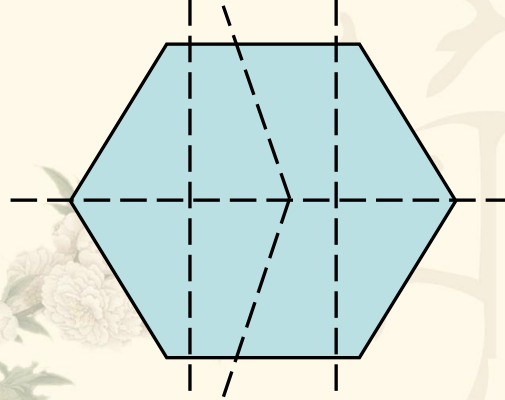
将正六边形的蛋糕切割成形状大小相同的8等份



1. 借助现实生活的常见情形，提出问题的背景；

1. 请学生参与解决该问题；
2. 利用学生已经掌握的理论分析工具，逐步分析并给出问题的解决方案；

将正六边形的蛋糕切割成形状大小相同的8等份



练习：6根火柴不能交叉，将其组成4个正三角形

### § 2.6 十二宫填数游戏

西方传统天文学星座系统——黄道十二宫

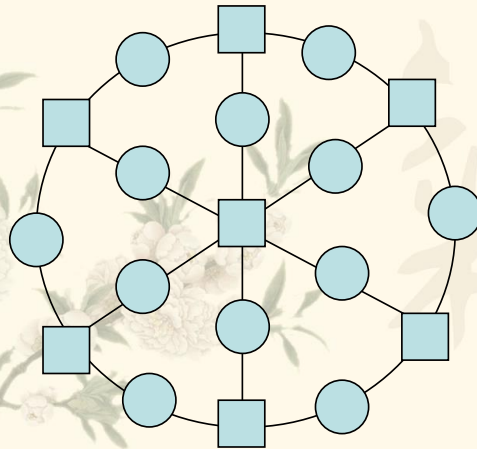


白羊、金牛、双子、巨蟹、狮子、室女、  
天秤、天蝎、人马、摩羯、宝瓶、双鱼

1. 给出不同于先前的更为巧妙的解决方案；
2. 以往届学生提供的更为出人意料的简介解决方案，提升学生的思考乐趣；
3. 通过练习，进一步锻炼学生突破常规的思考方式与方法；

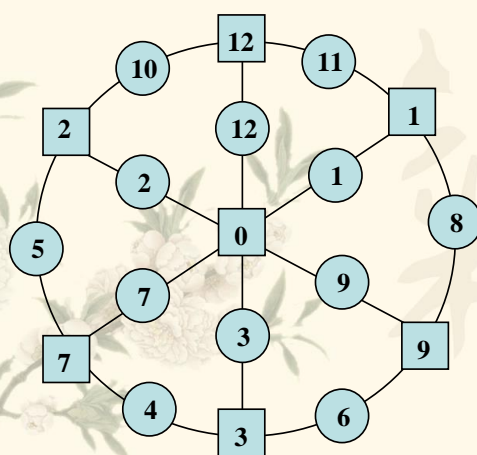
1. 介绍黄道十二宫与西方天文学、西方占卜学的相关背景；

### 十二宫数字游戏



1. 填入数字0-12
2. 圆中恰为1-12
3. 圆中数字恰为相邻方中数字之差

### 十二宫数字游戏



1. 填入0-12
2. 圆中恰为1-12
3. 圆中数字恰为相邻方中数字之差

1. 介绍十二宫填数游戏;
2. 请学生参与填数游戏;
3. 分析该游戏得以完成的关键点;

1. 公布该游戏的答案;
2. 激励学生给出不同的解决方案;
3. 启发学生对十二宫填数游戏的算法做出改变, 并编排全新的填数游戏;



## § 2.7 形影不离

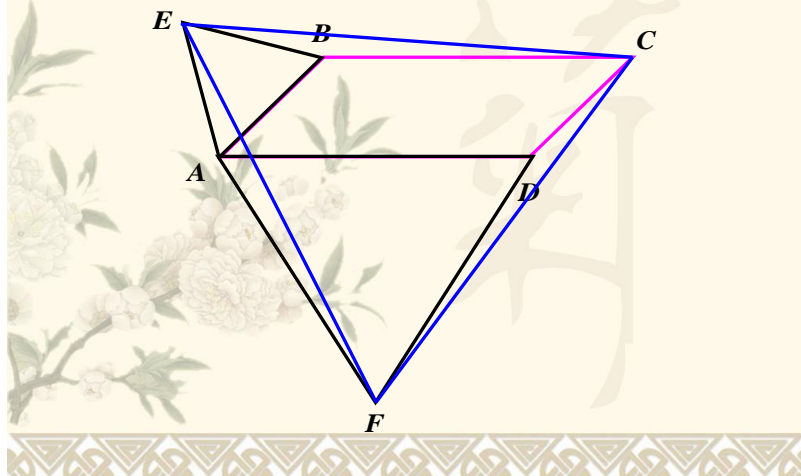
三阶方阵:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

它的伴随矩阵:


$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

任一平行四边形都有永恒的“伴侣”——一个正三角形



1. 由“形影不离”引入问题;

1. 请学生回顾初等数学的基础几何图形;
2. 要求学生通过作图了解本问题;
3. 激励学生收集相关问题予以展示;



### § 2.8 复数寻宝

乘船至北纬\*\*，西经\*\*，即可找到一座荒无人烟的小岛。岛的北岸有一大片草地。草地上有一株橡树和一株松树，还有一座绞架，那是我们以前用来吊死叛徒的。从绞架走到橡树，记住走了多少步；到了橡树后向右拐个直角，再走同样的步数，在这里打个桩。然后回到绞架，朝松树走去，也记住所走的步数；走到松树后向左拐个直角，再走同样的步数后，在这里也打个桩。在两个桩的正当中挖掘下去，就可以找到**宝藏**！

### 发现荒岛!!!



1. 依据海盗寻宝的故事及其相关影视作品引入；
2. 回顾复数的基础学习内容，请学生思考其具体的应用价值所在；
3. 结合具体故事的讲述，介绍问题；

宝藏!!!

绞架?!



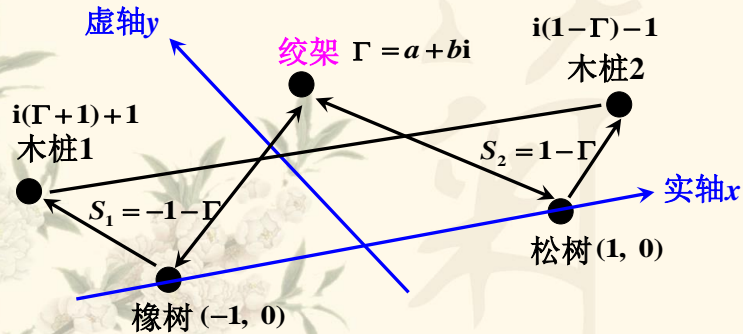
橡树



松树

宝藏????????

复数真有用呀!!!

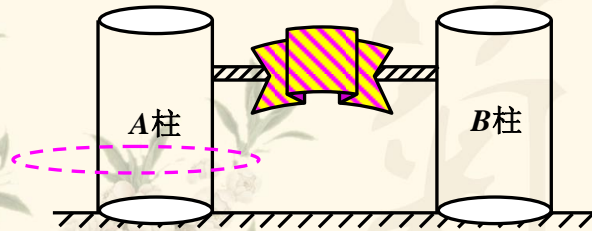


宝藏:  $\frac{1}{2}[i(\Gamma+1)+1+i(1-\Gamma)-1] = \frac{1}{2}(2i) = i$

1. 提出必须得以解决的棘手问题;
2. 请学生思考其解决思路: 具体的现实操作过程, 理论分析工具, 及其优缺点;

1. 进行具体分析, 给出解决方案;
2. 令学生认识到“复数”工具的有效性;

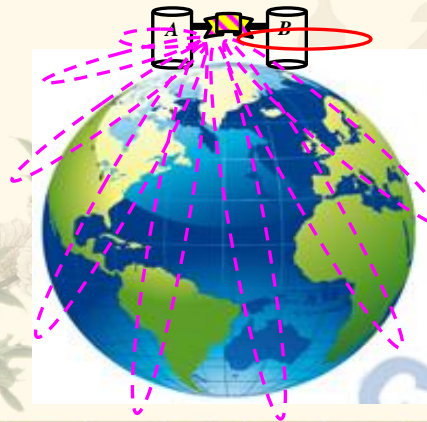
### 神奇的皮筋



1. A柱和B柱接地，不可移动；
  2. A柱上所套的皮筋密闭有弹性，可以自由伸缩；
- 问：皮筋不通过蝴蝶结，如何从A柱套到B柱？

(2012年春季 课程修读学生 课程论文节选)

### 神奇的皮筋



1. 给出往届修读学生收集的有趣问题；
2. 请学生思考解决方案；

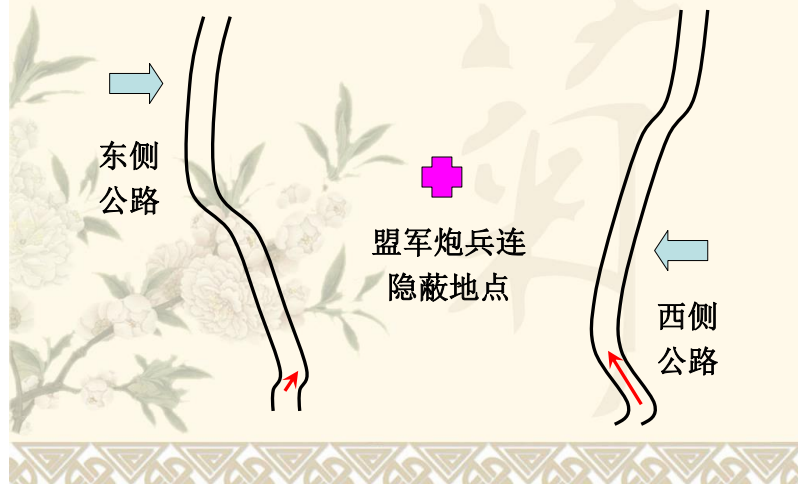
1. 给出答案，使学生看到问题解决的奇妙思路；

## § 2.9 炮打色当

名震遐迩的法国军事重地——Sedan



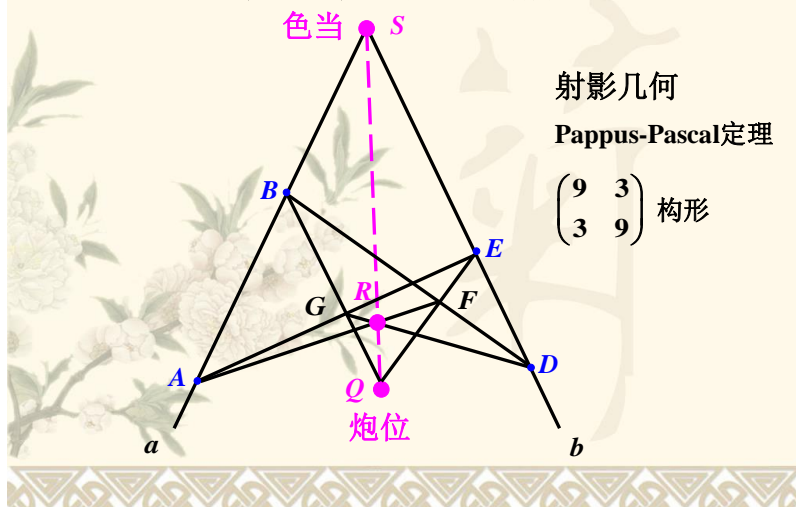
盟军与德军在色当地区的对峙形式图



1. 介绍历史故事的相关背景；

1. 说明具体问题；
2. 请学生思考并把握该问题的关键点；

盟军与德军对峙形式图解析之一



射影几何  
Pappus-Pascal定理  
 $\begin{pmatrix} 9 & 3 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}$  构形



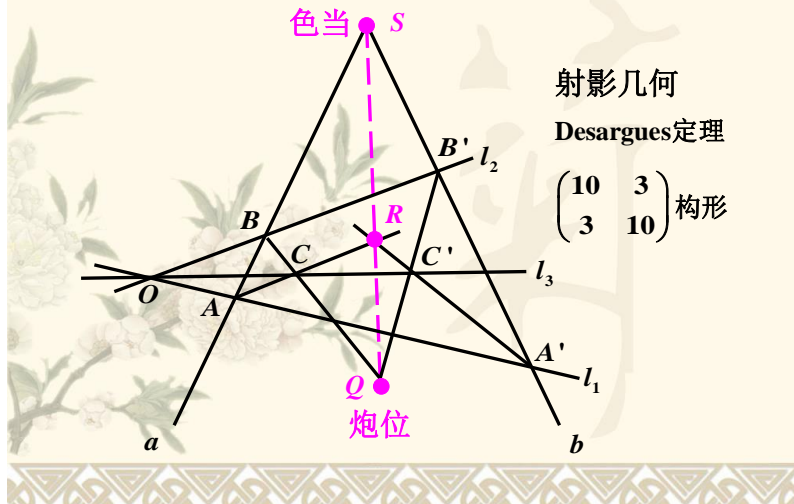
法国数学家帕斯卡  
(Blaise Pascal, 1623-1662)

法国数学家、物理学家、思想家。生于法国克莱蒙，从小体质虚弱，三岁丧母，父亲是一位数学家。帕斯卡自幼聪颖，求知欲极强，但未受过正规的学校教育。他在父亲的精心教育下，12岁通读了欧几里得《几何原本》，并独立发现欧几里得的前32条定理，且证明“三角形的内角和等于180度”。16岁发现帕斯卡六边形定理，并由此推出400多条推论，17岁写成《圆锥曲线论》。1642年，设计并制作了世界上第一台数字计算器。1646年制作了水银气压计。1654年在无穷小分析上深入探讨了不可分原理，以积分学的原理解决了摆线问题。1655年隐居修道院，1658年写下《思想录》等经典著作。1665年发表《算术三角形》给出二项式系数展开的“帕斯卡三角形”。

1. 给出问题的第一种解决方案；

1. 介绍法国数学家帕斯卡的人物生平；

盟军与德军对峙形式图解析之二



法国数学家笛沙格  
(Girard Desargues, 1591—1661)

法国数学家和工程师，别名S.G.D.L.，他署名 Sieur Girard Desargues Lyonnais 的缩写。笛沙格出生于里昂的一个为法国王室服务的家庭，他的父亲是皇家公证人。射影几何的创始人之一，他奠定了射影几何的基础，建立了统一的二次曲线理论。以他命名的事物有笛沙格定理、笛沙格图、笛沙格平面，1964年，国际天文学联合会以他的名字命名一个月球环形山。笛沙格于1645年开始建筑师生涯。在此之前，他是作为一名导师，可能是黎塞留的随行工程技术顾问。作为建筑师，他在巴黎和里昂设计了几个私人 and 公共建筑；作为工程师，他设计了一个安装在巴黎附近的提水系统，这个设计基于当时尚不了解的外摆线轮原理。

1. 给出该问题的第二种解决方案；

1. 介绍法国数学家笛莎格的人物生平；

## § 2.10 神奇的莫比乌斯带



奥古斯特·费迪南德·莫比乌斯：  
德国数学家、天文学家(1790-1868)。1808年入莱比锡大学学习法律，后转攻数学、物理和天文。1814年获博士学位，1829年当选为柏林科学院通讯院士，1844年任莱比锡天文与高等力学教授。莫比乌斯的科学贡献涉及天文和数学两大领域。在数学方面，首先发展了射影几何学的代数方法，在《重心计算》中创立了代数射影几何的基本概念-----齐次坐标，对拓扑学作深入的探讨，对球面三角等其它数学分支也有重要贡献。

### 师爷的机智



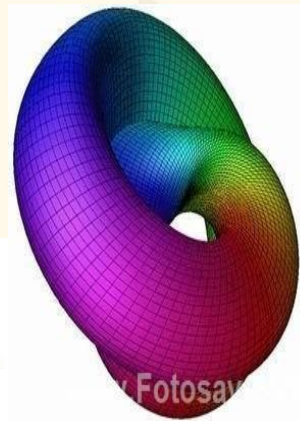
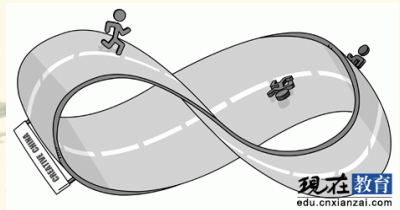
(2012年春季 课程修读学生 课程论文节选)

1. 介绍数学家莫比乌斯的人物生平；

1. 介绍往届修读学生收集的有趣问题；
2. 请学生思考其原因；



## 莫比乌斯带



1. 展示莫比乌斯带的具体图片；
2. 要求学生亲手参与制作莫比乌斯带；

1. 展示关于莫比乌斯带的美术作品；



1. 请学生进行莫比乌斯带的裁切试验，从而对于莫比乌斯带的奇特性质有所了解；

**克莱因瓶**

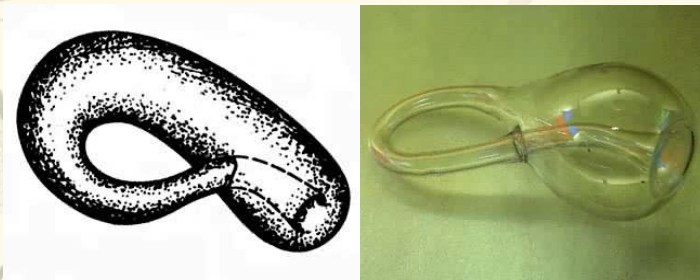
菲利克斯·克莱因(1849-1925):



德国数学家。生于德国杜塞多夫，在杜塞尔多夫中学毕业后考入波恩大学学习数学和物理。克莱因本来想成为物理学家，但数学教授普律克改变了其志向。他在埃尔朗根、慕尼黑和莱比锡当教授，最后到了哥廷根大学教授数学，讲授的课程主要是数学和物理间的交叉课题，他使哥廷根大学成为世界数学研究的重要中心。他的主要课题是非欧几何、群论和函数论。

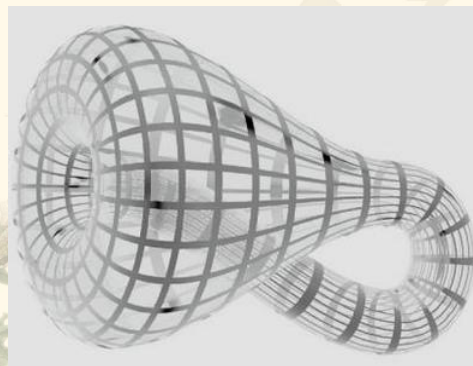
1. 介绍数学家克莱因的人物生平；

克莱因瓶

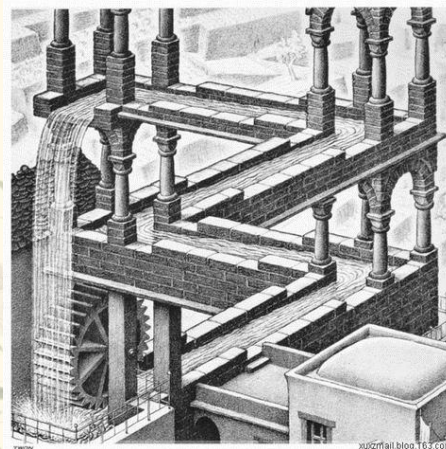


1. 展示克莱因瓶的具体图片；

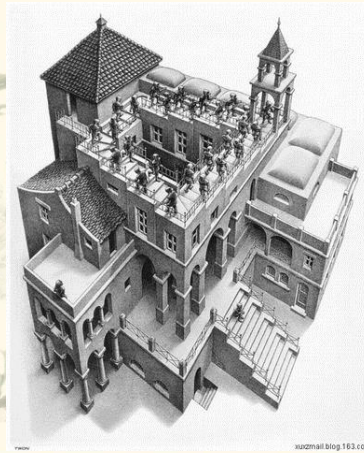
克莱因瓶



不可能的瀑布



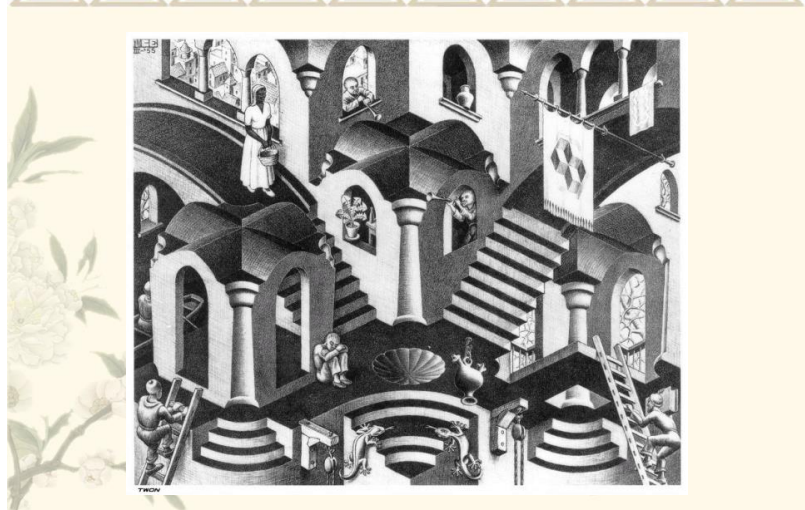
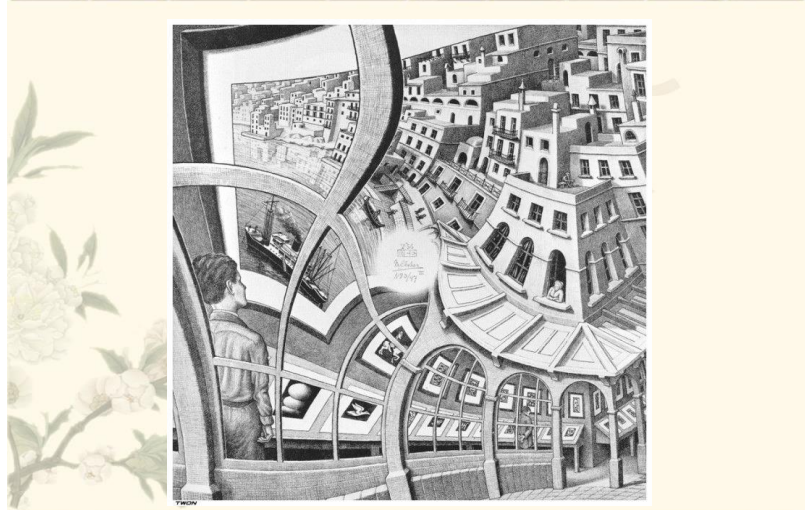
奇怪的塔楼



奇怪的凉亭



1. 展示关于单侧曲面的著名美术作品；



课堂小结	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 本章内容的几何特征,决定了授课教师在讲授过程中应该充分调动学生的积极性,投入到常用但却奇妙的几何作图过程中,,以此激励学生动手能力的再提升;</li><li>2. 具体内容的讲授过程中,应注意引导学生积极进行思考,并逐步提升其解决几何问题的水平。</li></ol>	
课后反思		